

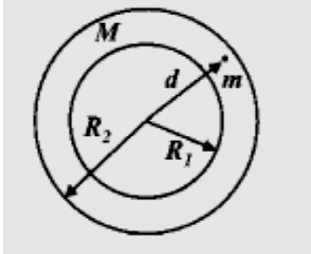


## Gravitação (Nível Aprofundamento)

01) (Escola Naval) Um foguete foi lançado da superfície da Terra com uma velocidade igual a  $2/5$  da velocidade de escape. Sendo  $R_T$  o raio da Terra, qual a altitude máxima alcançada pelo foguete?

- a)  $4 R_T/31$
- b)  $2 R_T/29$
- c)  $4 R_T/27$
- d)  $2 R_T/25$
- e)  $4 R_T/21$

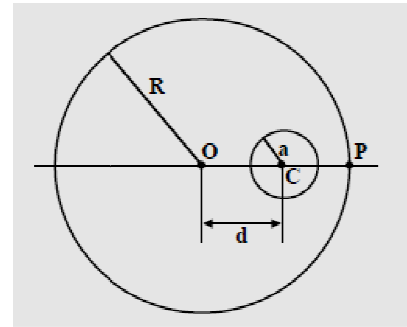
02) (ITA 2000 - 21) Uma casca esférica tem raio interno  $R_1$ , raio externo  $R_2$  e massa  $M$  distribuída uniformemente. Uma massa puntiforme  $m$  está localizada no interior dessa casca, a uma distância  $d$  de seu centro ( $R_1 < d < R_2$ ). O módulo da força gravitacional entre as massas é:



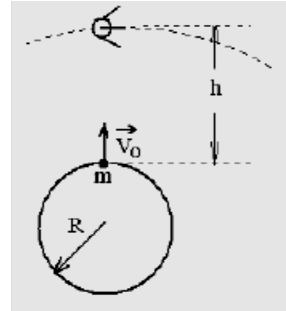
- a) 0
- b)  $GMm/d^2$
- c)  $GMm/(R_2^3 - d^3)$
- d)  $GMm/(d^3 - R_1^3)$
- e)  $GMm(d^3 - R_1^3)/d^2(R_2^3 - R_1^3)$

03) (ITA 2003 - 03) Variações no campo gravitacional na superfície da Terra podem advir de irregularidades na distribuição de sua massa. Considere a Terra como uma esfera de raio  $R$  e densidade  $\rho$ , uniforme, com uma cavidade esférica de raio  $a$ , inteiramente contida em seu interior. A distância entre o centro da Terra  $O$  e o centro da cavidade  $C$  é  $d$ , que pode variar de 0 (zero) até  $R - a$ , causando, assim, uma variação do campo gravitacional em um ponto  $P$ , sobre a superfície da Terra, alinhado com  $O$  e  $C$ . (Veja a figura). Seja  $G_1$  a intensidade do campo gravitacional em  $P$  sem a existência da cavidade na Terra, e  $G_2$ , a intensidade do campo no mesmo ponto, considerando a existência da cavidade. Então, o valor máximo da variação relativa:  $(G_1 - G_2)/G_1$ , que se obtém ao se deslocar a posição da cavidade, é

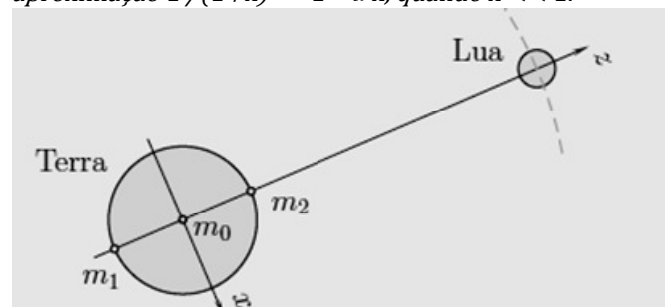
- a)  $a^3/[(R-a)^2 R]$
- b)  $(a/R)^3$
- c)  $(a/R)^2$
- d)  $a/R$
- e) nulo.



04) (ITA) Lançado verticalmente da Terra com velocidade inicial  $V_0$ , um parafuso de massa  $m$  chega com velocidade nula na órbita de um satélite artificial, geostacionário em relação à Terra, que se situa na mesma vertical. Desprezando a resistência do ar, determine a velocidade  $V_0$  em função da aceleração da gravidade  $g$  na superfície da Terra, raio da Terra  $R$  e altura  $h$  do satélite.



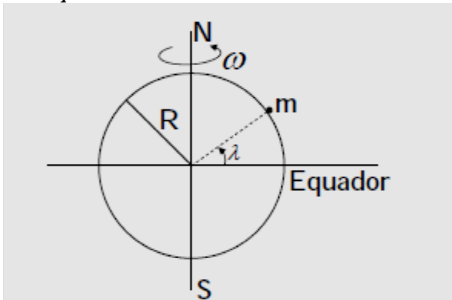
05) (ITA) Lua e Sol são os principais responsáveis pelas forças de maré. Estas são produzidas devido às diferenças na aceleração gravitacional sofrida por massas distribuídas na Terra em razão das respectivas diferenças de suas distâncias em relação a esses astros. A figura mostra duas massas iguais,  $m_1 = m_2 = m$ , dispostas sobre a superfície da Terra em posições diametralmente opostas e alinhadas em relação à Lua, bem como uma massa  $m_0 = m$  situada no centro da Terra. Considere  $G$  a constante de gravitação universal,  $M$  a massa da Lua,  $r$  o raio da Terra e  $R$  a distância entre os centros da Terra e da Lua. Considere, também,  $f_{0z}$ ,  $f_{1z}$  e  $f_{2z}$  as forças produzidas pela Lua respectivamente sobre as massas  $m_0$ ,  $m_1$  e  $m_2$ . Determine as diferenças  $(f_{1z} - f_{0z})$  e  $(f_{2z} - f_{0z})$  sabendo que deverá usar a aproximação  $1/(1+x)^\alpha = 1 - \alpha x$ , quando  $x \ll 1$ .





## Gravitação (Nível Aprofundamento)

06) (ITA) Considere a Terra como uma esfera homogênea de raio  $R$  que gira com velocidade angular uniforme  $\omega$  em torno do seu próprio eixo Norte-Sul. Na hipótese de ausência de rotação da Terra, sabe-se que a aceleração da gravidade seria dada por  $g = GM/R^2$ . Como  $\omega \neq 0$ , um corpo em repouso na superfície da Terra na realidade fica sujeito forçosamente a um peso aparente, que pode ser medido, por exemplo, por um dinamômetro, cuja direção pode não passar pelo centro do planeta. Então, o peso aparente de um corpo de massa  $m$  em repouso na superfície da Terra a uma latitude  $\lambda$  é dado por



- a)  $mg - m\omega^2 R \cos \lambda$   
 b)  $mg - m\omega^2 R \sin^2 \lambda$   
 c)  $mg \sqrt{1 - [2\omega^2 R/g + (\omega^2 R/g)^2] \sin^2 \lambda}$   
 d)  $mg \sqrt{1 - [2\omega^2 R/g - (\omega^2 R/g)^2] \cos^2 \lambda}$   
 e)  $mg \sqrt{1 - [2\omega^2 R/g - (\omega^2 R/g)^2] \sin^2 \lambda}$

07) (ITA) Considere um segmento de reta que liga o centro de qualquer planeta do sistema solar ao centro do Sol. De acordo com a 2ª Lei de Kepler, tal segmento percorre áreas iguais em tempos iguais. Considere, então, que em dado instante deixasse de existir o efeito da gravitação entre o Sol e o planeta. Assinale a alternativa correta.

- a) O segmento de reta em questão continuaria a percorrer áreas iguais em tempos iguais.  
 b) A órbita do planeta continuaria a ser elíptica, porém com focos diferentes e a 2ª Lei de Kepler continuaria válida.  
 c) A órbita do planeta deixaria de ser elíptica e a 2ª Lei de Kepler não seria mais válida.  
 d) A 2ª Lei de Kepler só é válida quando se considera uma força que depende do inverso do quadrado das distâncias entre os corpos e, portanto, deixaria de ser válida.  
 e) O planeta iria se dirigir em direção ao Sol.

08) (ITA) Boa parte das estrelas do Universo formam sistemas binários nos quais duas estrelas giram em torno do centro de massa comum, CM. Considere duas estrelas esféricas de um sistema binário em que cada qual descreve uma órbita

circular em torno desse centro. Sobre tal sistema são feitas duas afirmações:

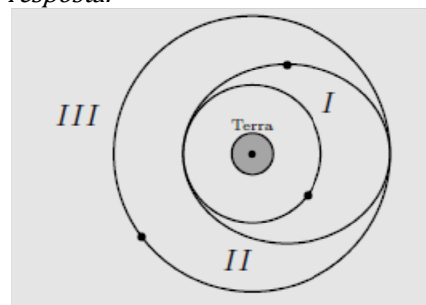
I. O período de revolução é o mesmo para as duas estrelas e depende apenas da distância entre elas, da massa total deste binário e da constante gravitacional.

II. Considere que  $\mathbf{R}_1$  e  $\mathbf{R}_2$  são os vetores que ligam o CM ao respectivo centro de cada estrela. Num certo intervalo de tempo  $\Delta t$ , o raio vetor  $\mathbf{R}_1$  varre certa área  $A$ . Durante este mesmo intervalo de tempo, o raio vetor  $\mathbf{R}_2$  também varre uma área igual a  $A$ .

Diante destas duas proposições, assinale a alternativa correta.

- a) As afirmações I e II são falsas.  
 b) Apenas a afirmação I é verdadeira.  
 c) Apenas a afirmação II é verdadeira.  
 d) As afirmações I e II são verdadeiras, mas a II não justifica a I.  
 e) As afirmações I e II são verdadeiras e, além disso, a II justifica a I.

09) (ITA) O momento angular é uma grandeza importante na Física. O seu módulo é definido como  $L = r p \sin \theta$ , em que  $r$  é o módulo do vetor posição com relação à origem de um dado sistema de referência,  $p$  o módulo do vetor quantidade de movimento e  $\theta$  o ângulo por eles formado. Em particular, no caso de um satélite girando ao redor da Terra, em órbita elíptica ou circular, seu momento angular (medido em relação ao centro da Terra) é conservado. Considere, então, três satélites de mesma massa com órbitas diferentes entre si, I, II e III, sendo I e III circulares e II elíptica e tangencial a I e III, como mostra a figura. Sendo  $L_I$ ,  $L_{II}$  e  $L_{III}$  os respectivos módulos do momento angular dos satélites em suas órbitas, ordene, de forma crescente,  $L_I$ ,  $L_{II}$  e  $L_{III}$ . Justifique com equações a sua resposta.



10) (ITA) Uma lua de massa  $m$  de um planeta distante, de massa  $M \gg m$ , descreve uma órbita elíptica com semieixo maior  $a$  e semieixo menor  $b$ , perfazendo um sistema de energia  $E$ . A lei das áreas de Kepler relaciona a velocidade  $v$  da lua no apogeu com sua velocidade  $v'$  no perigeu, isto é,  $v'(a - e) = v(a + e)$ , em que  $e$  é a medida do centro ao foco da elipse. Nessas condições, podemos afirmar que



## Gravitação (Nível Aprofundamento)

- a)  $E = -GMm/(2a)$ .  
b)  $E = -GMm/(2b)$ .  
c)  $E = -GMm/(2e)$ .  
d)  $E = -GMm/\sqrt{(a^2 + b^2)}$ .  
e)  $v' = \sqrt{[2GM/(a - e)]}$ .

### Gabarito

- 01) E  
02) E  
03) D  
04)  $\sqrt{\frac{2gRh}{R+h}}$   
05)  $\frac{-2GMmr}{R^3}$   
06) D  
07) A  
08) B  
09)  $L_I < L_{II} < L_{III}$   
10) A